Prof : Chortani Atef

3 sc +Math

Trigonométrie

Exercice 1:

1) Développer cos (a + b), cos (a - b), sin (a + b), sin (a - b).

2) a) Donner les coordonnées polaires des points A(2,-2) ; B($\sqrt{3}$,-1)

b) Mettre les expressions suivantes sous forme r.cos (ax+b)

$A(x) = 2\cos(x + \pi/3) - 2\sin(x + \pi/3)$

$B(x) = \sqrt{3}\sin(3x) - \cos(3x)$

$C(x) = 3\cos(2x - \pi/4) + 3\sqrt{3}\sin(2x - \pi/4)$

3) Résoudre dans IR les équations :

$A(x) = 2$, $A(x) = -2$, $B(x) = -1$, $B(x) = -\sqrt{3}$, $C(x) = -3\sqrt{2}$.

Exercice 2 :

1) Résoudre dans IR puis dans $[-\pi, \pi]$ l'équation : $1 + 2\cos(2x) = 0$.

2) On pose $f(x) = 1 + \cos(2x) + \cos(4x)$ pour tout réel x.

a) Exprimer f (x) en fonction de cos (2x).

b) Résoudre dans IR l'équation f(x) = 0 et placer les images des solutions sur le cercle trigonométrique.

3) Soit la fonction g définie par $g(x) = \dfrac{-\sqrt{3}\cos(2x) + \sin(2x) - \sqrt{3}}{1 + \cos(2x) + \cos(4x)}$

Résoudre dans $[-\pi, \pi]$ l'équation : g(x) = 0.

Exercice 3:

I) x est un réel tel que : $1 - \cos x - \sin x \neq 0$ et $\sin x - \sin(2x) \neq 0$.

1) Montrer que $\dfrac{\sin x + \sin(2x)}{\sin x - \sin(2x)} = \dfrac{1 + 2\cos x}{1 - 2\cos x}$

2) Montrer que $\dfrac{1 + \cos x - \sin x}{1 - \cos x - \sin x} = -\cot g(\dfrac{x}{2})$

II) Soit $A(x) = \cos(2x - \pi/4) + \sqrt{3}\sin(2x - \pi/4)$

1) Montrer que $A(x) = 2\cos(2x - 7\pi/12)$

2) a) Calculer A (0) de deux manières différentes.

b) En déduire la valeur de $\cos(7\pi/12)$ et de $\sin(7\pi/12)$.

3) Résoudre dans IR puis dans $]-\pi, \pi[$ l'équation $A(x) = -\sqrt{3}$.

Exercice 4 :

1) Résoudre dans IR l'équation : $\cos(x + \pi/3) - \sin(2x - \pi/6) = 0$.

2) Résoudre dans $]-\pi, \pi[$: $tg^2(3x) + (\sqrt{3} + \dfrac{1}{\sqrt{3}})tg(3x) + 1 = 0$

3) On pose: $f(x) = 1 + \sin x - \cos(2x) + \sin(3x)$.

$g(x) = \sin(2x) - 2\sqrt{3}\sin^2 x$.

$A(x) = f(x)/g(x)$

a) Résoudre dans IR l'équation : g(x) = 0 et placer les images des solutions sur le cercle trigonométrique.

b) En déduire ainsi le domaine de définition D_A de la fonction A.

c) Pour x dans D_A, simplifier A(x).

Exercice 5

1) Montrer que pour tout $x \in IR$, $\sin x - \cos x = \sqrt{2}\cos(x - 3\pi/4)$
2) Résoudre dans $]-\pi, \pi]$: $\sin x - \cos x \geq 0$.
3) Résoudre dans $]-\pi, \pi]$: $(\sin x - \cos x)(1+ \frac{1}{2}\sin 2x) \geq 0$.

Exercice 6

I- Soit $T(x) = 1 + \cos 2x - 2\sqrt{3}\cos x \sin x$

1/ calculer $T(0)$; $T(5\pi)$ et $T(-\frac{\pi}{6})$

2/ Montrer que $T(x) = 1 + 2\cos(2x + \frac{\pi}{3})$

3/ Résoudre dans IR puis dans $[0, \pi]$ l'équation $T(x) = 1 - \sqrt{3}$

II- Résoudre dans $[0, 2\pi[$ les inéquations :

a) $2\sin x + \sqrt{3} \geq 0$; b) $\sqrt{2}\cos(2x - \frac{\pi}{5}) \leq -\sqrt{3}$

Exercice 2

Soit la fonction F définie par $f(x) = \sin^2(x) + \sin(x).\cos(x) - 1/2$.

1) Vérifier que $F(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}\sin(2x - \pi/4)$.

2) Résoudre dans $[0, \pi]$ l'équation : $F(x) = 0$.

3) Etudier F et tracer la courbe (C) de la restriction de F à $[-\pi, \pi]$ dans le plan rapporté à un repère orthonormé $R=(0,\vec{i},\vec{j})$.

4) Soit la fonction g définie par $g(x) = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\cos(2x - \frac{\pi}{4})$

On désigne par (Γ) la courbe de la restriction de g à $[-\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}]$ dans le repère R

Montrer que (Γ) se déduit de (C) par une translation dont on précisera le vecteur.